

# 数 学 道 場

## 数Ⅱ 標準コース 微分の応用 〈例題〉

 **Net 個人指導道場**

© 2007 KOHNO.Corp

<例題>①

次の方程式の実数解の個数を求めなさい。

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

Point

$f(x)=0$  の実数解は,  
 $y=f(x)$  のグラフをかいて,  
 $x$  軸との交点の個数を求める。

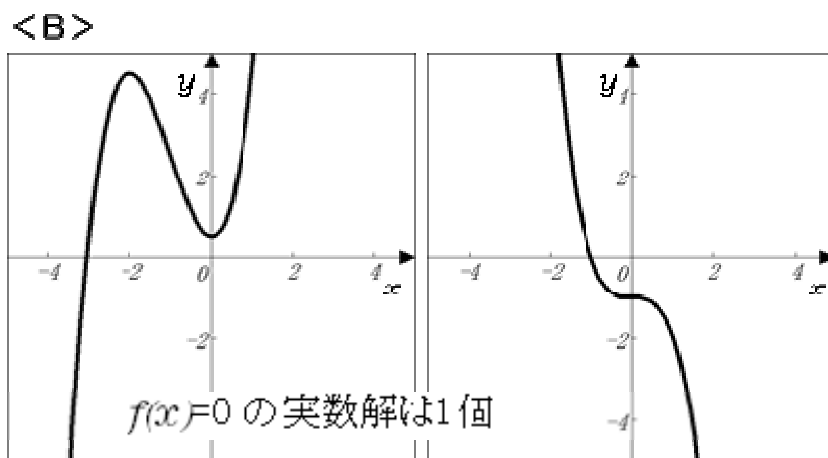
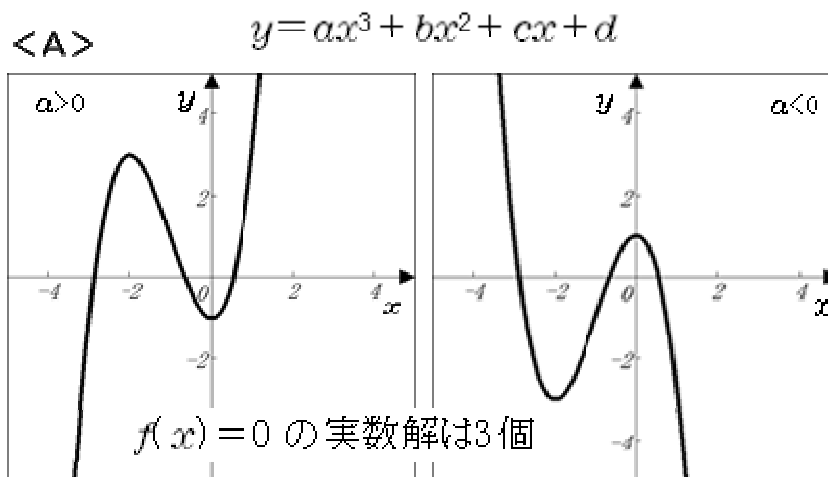
# 研究

$f(x)=0$  の実数解の個数は  $y=f(x)$  と  $x$  軸との交点の個数になります。

$y$  が3次関数のとき、すなわち、  
 $y=ax^3+bx^2+cx+d$  の形になるとき、  
 そのグラフは右のように<A> か <B> パターンになります。

<A> パターンのときは実数解は 3 個、  
 <B> パターンのときは実数解は 1 個になります。

3 次方程式でおもしろいのは右のパターンから明らかのように、必ず少なくとも 1 個の実数解をもつことです。



# 解法

$y=x^3+3x^2-1$  のグラフをかいてみます。

$$y'=3x^2+6x=3x(x+2)$$

$$y'=0 \text{ を解くと } x=0, -2$$

よって、 $y$  は  $x=0, -2$  で極値をとり、  
増減表は右のようになります。

$x=-2$  のとき、 $y$  は極大となり、

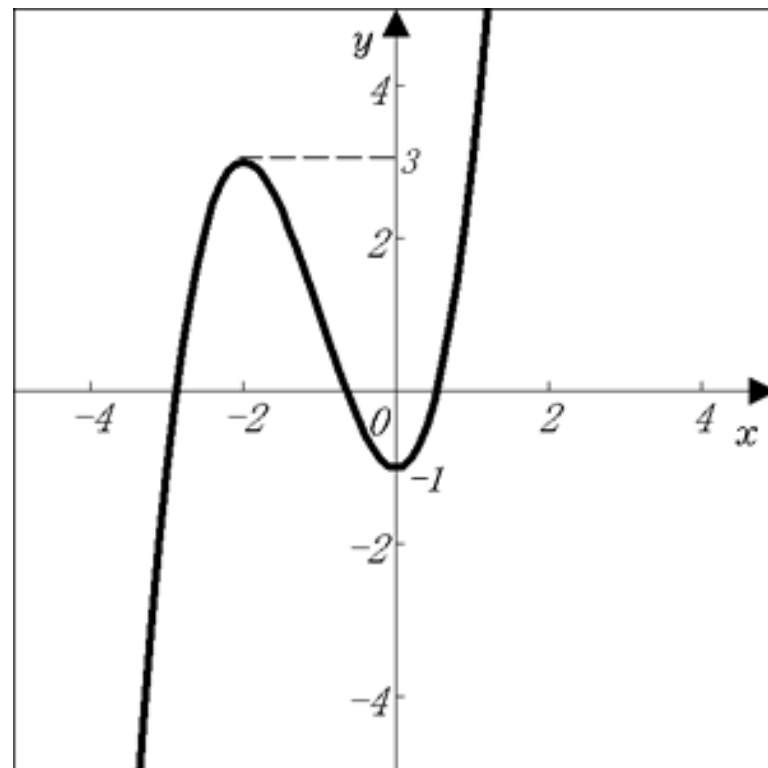
極大値は

$$(-2)^3+3(-2)^2-1=3$$

極小値は  $-1$  です。

よって、グラフは右のようになり、  
 $x$  軸と 3 つの点で交わります。

$x$	...	-2	...	0	...
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	↗	極大	↘	極小	↗



(答) 3個